



Matemática Discreta II

Guía de Aprendizaje – Información al estudiante

1. Datos Descriptivos

Asignatura	Matemática Discreta II
Materia	Matemática Discreta y Estructuras Algebraicas
Departamento responsable	Matemática Aplicada
Créditos ECTS	6
Carácter	Obligatoria
Titulación	Grado de Matemáticas e Informática por la Universidad Politécnica de Madrid
Curso	Primero
Especialidad	No aplica

Curso académico	2010-2011
Semestre en que se imparte	Segundo (febrero a junio)
Semestre principal	No aplica
Idioma en que se imparte	Español
Página Web	http://www.dma.fi.upm.es/docencia/GradoMI/2010-2011/matematicadiscretall/



2. Profesorado

NOMBRE Y APELLIDO	DESPACHO	Correo electrónico
Gregorio Hernández Peñalver (Coord.)	1306	gregorio@fi.upm.es
Águeda Mata Hernández	1312	agueda@fi.upm.es
Carmen Escribano Iglesias	1303	cescribano@fi.upm.es

3. Conocimientos previos requeridos para poder seguir con normalidad la asignatura

Asignaturas superadas	<ul style="list-style-type: none">• Matemática Discreta I
Otros resultados de aprendizaje necesarios	<ul style="list-style-type: none">• Ninguno

4. Objetivos de Aprendizaje

COMPETENCIAS ASIGNADAS A LA ASIGNATURA Y SU NIVEL DE ADQUISICIÓN		
Código	Competencia	Nivel
CE01	Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.	3
CE02	Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.	3
CE03	Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.	3
CE04	Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.	3
CE05	Utilizar herramientas informáticas (de cálculo simbólico, de análisis estadístico, de cálculo numérico, de visualización, ...) para resolver problemas planteados en términos matemáticos, bien de forma experimental, bien de forma rigurosa.	3
CE06	Diseñar algoritmos y desarrollar programas para resolver problemas en matemáticas	3
CE07	Conocer profundamente los cimientos esenciales y fundacionales de la informática, subrayando los aspectos esenciales de la disciplina que permanecen inalterables ante el cambio tecnológico	3
CE08	Formalización y la especificación de problemas reales cuya solución requiere el uso de la informática	3
CE09	Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.	3



CE11	Comprender intelectualmente el papel central que tienen los algoritmos y las estructuras de datos, así como una apreciación del mismo.	3
CE19	Manejar las nociones básicas de la teoría de conjuntos y aplicaciones, de la teoría elemental de números y de la combinatoria enumerativa, y los conceptos y resultados básicos de teoría de grafos y las técnicas básicas de optimización.	3
CE43	Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.	3

LEYENDA: Nivel de adquisición 1: Conocimiento
Nivel de adquisición 2: Comprensión
Nivel de adquisición 3: Aplicación
Nivel de adquisición 4: Análisis y Síntesis

RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Código	Resultado de aprendizaje	Competencias asociadas	Nivel de adquisición
RA1	Conocer, comprender y aplicar los conceptos, técnicas y algoritmos básicos de la teoría de grafos.	CE01, CE02, CE03, CE04, CE05, CE06, CE07, CE08, CE09, CE11, CE19, CE43	3
RA2	Conocer y aplicar las técnicas de las funciones generatrices en la resolución de problemas de recuento.	CE01, CE02, CE03, CE04, CE05, CE06, CE07, CE08, CE09, CE11, CE19, CE43	3
RA3	Comprender las nociones de complejidad de un algoritmo y de complejidad de un problema.	CE01, CE02, CE03, CE04, CE05, CE06, CE07, CE08, CE09, CE11, CE19, CE43	2
RA4	Modelizar matemáticamente, con herramientas de teoría de grafos y funciones generatrices, problemas reales y aplicar diferentes técnicas y software matemático para resolverlos.	CE01, CE02, CE03, CE04, CE05, CE06, CE07, CE08, CE09, CE11, CE19, CE43	3

5. Sistema de evaluación de la asignatura

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I1	Modelizar problemas utilizando nociones de grafos	RA1, RA4
I2	Reconocer los elementos característicos de un grafo	RA1
I3	Deducir propiedades de un grafo a partir de su matriz de adyacencia	RA1
I4	Distinguir si dos grafos son isomorfos	RA1
I5	Decidir si una sucesión es realizable como sucesión de grados de un grafo simple	RA1
I6	Explicar el significado de la conectividad de un grafo e interpretarla en términos de tolerancia a fallos.	RA1
I7	Reconocer si un grafo es un árbol	RA1
I8	Describir las propiedades de los árboles	RA1
I9	Hallar el código de Prüfer de un árbol etiquetado	RA1
I10	Construir el árbol correspondiente a un código dado	RA1
I11	Describir la terminología de los árboles con raíz	RA1
I12	Resolver problemas de decisión utilizando árboles con raíz	RA4
I13	Describir los diferentes procesos de exploración de un grafo en términos de árboles	RA4
I14	Aplicar los algoritmos de Prim, Kruskal y Boruvka para construir el árbol generador de peso mínimo de un grafo ponderado	RA3, RA4
I15	Interpretar los algoritmos anteriores como algoritmos tipo "voraz"	RA3, RA4
I16	Describir algunos criterios de optimización de árboles	RA3, RA4
I17	Definir distancia entre vértices y caminos de longitud mínima en un grafo ponderado	RA1
I18	Aplicar el algoritmo de Dijkstra para calcular caminos de longitud mínima en grafos ponderados	RA3, RA4

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I19	Aplicar los algoritmos de Bellman-Ford y Floyd para calcular distancias en grafos ponderados	RA3, RA4
I20	Calcular el centro y diámetro de un grafo	RA1
I21	Aplicar las nociones de centralidad de un grafo para resolver problemas de ubicación de servicios	RA4
I22	Describir la k-conectividad de un grafo e interpretarla en términos de caminos disjuntos	RA1
I23	Interpretar la conectividad de un grafo en términos de caminos disjuntos	RA1
I24	Reconocer si un grafo es orientable	RA1
I25	Aplicar la búsqueda en profundidad para orientar un grafo	RA1, RA4
I26	Calcular el flujo máximo y la capacidad mínima en una red de transporte aplicando el algoritmo de Edmonds-Karp	RA1, RA4
I27	Relacionar las nociones de conectividad y flujos en redes. Describir teoremas tipo max-min en grafos	RA1
I28	Describir la relación entre emparejamientos y recubrimientos en grafos generales y bipartidos	RA1
I29	Aplicar el algoritmo húngaro para optimizar emparejamientos en grafos bipartidos.	RA1, RA4
I30	Analizar los problemas de estabilidad en emparejamientos	RA1, RA4
I31	Reconocer si un grafo es euleriano o hamiltoniano	RA1
I32	Describir condiciones necesarias o suficientes para decidir si un grafo es euleriano o hamiltoniano	RA1
I33	Aplicar el algoritmo de Fleury para construir recorridos eulerianos	RA1
I34	Utilizar los recorridos eulerianos en el problema de la conversión de señales analógicas a digitales	RA4
I35	Presentar el “Problema del Viajante” incidiendo en la complejidad de su resolución exacta	RA1
I36	Describir algoritmos aproximados para la resolución del “Problema del Viajante”	RA3,RA4

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I37	Analizar la bondad de las soluciones aproximadas a los problemas	RA3, RA4
I38	Caracterizar los grafos planares	RA1
I39	Detectar si un grafo es planar	RA1
I40	Utilizar la fórmula de Euler de los grafos planos para obtener propiedades de dichos grafos	RA1
I41	Conocer los parámetros de coloración e independencia en grafos y sus relaciones.	RA1
I42	Describir varios algoritmos de coloración de grafos	RA1, RA3
I43	Explicar el significado del “Teorema de los cuatro colores”	RA1
I44	Interpretar un problema en términos de grafos analizando qué concepto de grafos permite obtener una solución al mismo	RA1, RA4
I45	Comparar el crecimiento de funciones con la notación de Knuth	RA3
I46	Comprender la diferencia entre complejidad de un algoritmo y de un problema	RA3
I47	Analizar la complejidad de algoritmos básicos	RA3
I48	Distinguir entre problemas de la clase P y de la clase NP	RA3
I49	Describir el significado de la NP-completitud	RA3
I50	Expresar problemas de recuento en términos de funciones generatrices	RA2
I51	Manejar expresiones algebraicas como series de potencias	RA2
I52	Resolver problemas de recuento y relaciones de recurrencia utilizando funciones generatrices	RA2
I53	Distinguir entre funciones generatrices ordinarias y exponenciales	RA2
I54	Aplicar las funciones generatrices a problemas de particiones y de análisis de complejidad	RA2



EVALUACION SUMATIVA			
Breve descripción de las actividades evaluables	Momento	Lugar	Peso en la calif.
Resolución y entrega de ejercicios propuestos	Semanas 1 a 14	Aula	20%
Realización de ejercicios en laboratorio	Semanas 2, 5, 6, 9 y 10	Sala de ordenadores	
Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (primera parte del temario de la asignatura)	Semana 5	Aula	20%
Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (segunda parte del temario de la asignatura)	Semana 10	Aula	20%
Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (tercera parte del temario de la asignatura)	Semana 16	Aula	20%
Realización y exposición pública de un trabajo en grupo	Semanas 11 a 16	Aula	20%
			Total: 100,00%

(*) Distribuido de manera homogénea entre todas las entregas



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

La asignatura de Matemática Discreta II se puede aprobar en la convocatoria ordinaria (junio) según una de las siguientes opciones:

i) Sistema de evaluación continua.

La calificación del alumno será la que resulte en la suma correspondiente del cuadro de evaluación sumativa anterior. Será condición indispensable para la evaluación continua la entrega de, al menos, el 80% de los ejercicios propuestos tanto en clase como en el laboratorio y la participación activa en el trabajo en grupo. Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

ii) Sistema de “sólo prueba final”

El Sistema de evaluación mediante sólo prueba final sólo se ofrecerá si así lo exige la Normativa Reguladora de los Sistemas de Evaluación en la UPM que esté vigente en el curso académico 2010-2011, y el procedimiento para optar por este sistema estará sujeto a lo que establezca en su caso Jefatura de Estudios de conformidad con lo que estipule dicha Normativa.

Los alumnos que sigan esta opción deberán realizar una única prueba de todo el temario de la asignatura.

El sistema de evaluación para la Convocatoria Extraordinaria de julio será el mismo indicado en el epígrafe anterior.

6. Contenidos y Actividades de Aprendizaje

CONTENIDOS ESPECÍFICOS		
Bloque / Tema / Capítulo	Apartado	Indicadores Relacionados
Tema 1: Nociones básicas de grafos y digrafos	1.1 Nociones generales. Representación de grafos. Matriz de adyacencia	I1, I2, I3
	1.2 Subgrafos. Operaciones con grafos. Isomorfismo de grafos	I1, I2, I4
	1.3 Sucesión de grados. Caracterización de las sucesiones gráficas.	I5
	1.4 Caminos en grafos y digrafos. Conexión	I6
Tema 2: Árboles. Búsquedas y optimización	2.1 Árboles. Árboles con raíz. Búsquedas en grafos. Recorridos en árboles.	I7, I8, I11, I12, I13
	2.2 Enumeración de árboles etiquetados. Fórmula de Cayley. Código de Prüfer	I9, I10
	2.3 Árbol generador de peso mínimo: Algoritmos de Prim, Kruskal y Boruvka	I14, I15, I44
	2.4 Otros criterios de optimización de árboles.	I16, I44
Tema 3: Distancia y caminos mínimos	3.1 Distancias en grafos. Excentricidad, centro y diámetro	I17, I20, I21
	3.2 Caminos mínimos: Algoritmo de Dijkstra	I18, I44
	3.3 Caminos mínimos: Algoritmos de Bellman-Ford y Floyd	I19, I44

Tema 4: Complejidad de algoritmos	4.1 Notación de Knuth. Crecimiento de funciones	I45
	4.2 Complejidad de algoritmos. Complejidad de problemas	I46
	4.3 Análisis de la complejidad de algoritmos básicos	I47
	4.4 Clases P y NP de problemas. Problemas NP-completos	I48
Tema 5: Conectividad y orientabilidad	5.1 Conectividad por vértices y por aristas	I22
	5.2 Caracterización por caminos: Teorema de Whitney	I23
	5.3 Orientabilidad de grafos. Caracterización de los grafos orientables	I24, I25
Tema 6: Flujos en redes. Emparejamientos	6.1 Flujos y capacidades en una red. Teorema de Ford-Fulkerson. Algoritmo de etiquetado.	I26
	6.2 Conectividad y flujos. Teoremas de Menger	I27
	6.3 Emparejamientos en grafos bipartidos. Teorema de Hall	I28
	6.4 Optimización de emparejamientos: Algoritmo húngaro. Estabilidad	I29, I30
Tema 7: Recorridos en grafos	7.1 Grafos eulerianos. Caracterización	I31, I32
	7.2 Algoritmos de construcción de recorridos eulerianos. Problema del cartero	I33, I34
	7.3 Grafos hamiltonianos. Propiedades	I31, I32
	7.4 Problema del viajante. Algoritmos aproximados	I35, I36, I37, I44
Tema 8: Planaridad	8.1 Grafos planos. Fórmula de Euler	I38, I39, I40
	8.2 Caracterizaciones de la planaridad. Grafo dual	I38, I39, I40



Tema 9: Coloración de grafos	9.1 Independencia y coloración. Número cromático	I41, I44
	9.2 Algoritmos de coloración de vértices	I42
	9.3 Coloración de aristas. Otros criterios de coloración. Polinomio cromático.	I41, I44
	9.4 Coloración de mapas. Teorema de los cuatro colores	I43, I44
Tema 10: Funciones generatrices	10.1 Funciones generatrices y problemas de recuento	I50, I51
	10.2 Series de potencias. Propiedades algebraicas. Fracciones simples	I51
	10.3 Resolución de relaciones de recurrencia por funciones generatrices	I50, I52, I54
	10.4 Funciones generatrices exponenciales	I53, I54



7. Breve descripción de las modalidades organizativas utilizadas y de los métodos de enseñanza empleados

BREVE DESCRIPCIÓN DE LAS MODALIDADES ORGANIZATIVAS UTILIZADAS Y METODOS DE ENSEÑANZA EMPLEADOS	
CLASES DE TEORIA	Método expositivo / Lección magistral
CLASES PRÁCTICAS	Resolución de ejercicios y problemas Aprendizaje basado en problemas
SEMINARIOS-TALLERES	Resolución de ejercicios y problemas
TRABAJO AUTONOMO	Resolución de ejercicios y problemas
TRABAJOS EN GRUPO	Aprendizaje cooperativo
TUTORÍAS	Atención personalizada a los estudiantes

8. Recursos didácticos

RECURSOS DIDÁCTICOS	
BIBLIOGRAFÍA	Referencias básicas
	N. Biggs: “Discrete Mathematics”, 2nd ed. Oxford Univ. Press, 2002
	J. Gross, J. Yellen: “Graph Theory and its Applications”. CRC Press, 1999
	G. Hernández, “Grafos: Teoría y Algoritmos”. Servicio de Publicaciones, Facultad de Informática, UPM, 2006
	Libros de consulta
	G. Chartrand, P. Zhang: “Introduction to Graph Theory”. McGraw-Hill, 2005
	García Merayo, F., Hernández, G. y Nevot, A.: “Problemas resueltos de Matemática Discreta”. Ed. Thomson-Paraninfo, 2003
	R. Grimaldi: Matemáticas Discreta y Combinatoria, Addison-Wesley, 1997
	W. Kocay, D. Kreher: “Graphs, Algorithms and Optimization”. Chapman & Hall/CRC, 2005
	J. Matousek, J. Nešetřil: “Invitación a la matemática discreta”. Reverté, 2008
D. B. West: “Introduction to Graph Theory”. Prentice Hall, 2001.	
H. Wilf: “Generatingfunctionology”, 3rd ed. A. K. Peters, 2005	
RECURSOS WEB	Página web de la asignatura (http://www.dma.fi.upm.es/docencia/GradoMI/2010-2011/matematicadiscretall/)
	Sitio Moodle de la asignatura (http://web3.fi.upm.es/AulaVirtual/)
EQUIPAMIENTO	Laboratorio
	Aula XXXX
	Sala de trabajo en grupo



9. Cronograma de trabajo de la asignatura

Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Trabajo en Grupo	Actividades de Evaluación	Otros
Semana 1 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas)	•	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	•	•
Semana 2 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas)	• Realización de prácticas de ordenador (2 horas)	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	•	•
Semana 3 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas)	•	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	•	•
Semana 4 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas)	•	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	•	•
Semana 5 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (1 horas)	• Realización de prácticas de ordenador (2 horas)	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	• Prueba de evaluación escrita de la primera parte del temario de la asignatura (2 horas)	•
Semana 6 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas)	• Realización de prácticas de ordenador (2 horas)	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	•	•



Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Trabajo en Grupo	Actividades de Evaluación	Otros
Semana 7 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas)	•	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	•	•
Semana 8 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas)	•	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	•	•	•
Semana 9 (12 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas)	• Realización de prácticas de ordenador (2 horas)	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas)	• Tutoría inicial (2 horas)	•	•
Semana 10 (8 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas)	•	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (3 horas)	•	• Prueba de evaluación escrita de la segunda parte del temario de la asignatura (2 horas)	•
Semana 11 (8 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (1 horas)	• Realización de prácticas de ordenador (2 horas)	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo. 5 horas)		•	•
Semana 12 (10 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas)	•	• Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo. (5 horas)		•	•



Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Trabajo en Grupo	Actividades de Evaluación	Otros
Semana 13 (10 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo. (5 horas) 		<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none">
Semana 14 (10 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo. (5 horas) 		<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none">
Semana 15 (10 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (3 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Tutoría previa a la presentación (2 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none">
Semana 16 (8 horas)	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio (5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Presentación del trabajo (1 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Prueba de evaluación escrita de la tercera parte del temario de la asignatura (2 horas) 	<ul style="list-style-type: none">

En total 156 horas: 59 horas de clase en el aula, 10 de laboratorio, 76 de estudio, 6 de pruebas de evaluación, 4 de tutorías, 1 de presentación del trabajo en grupo.

Nota: Para cada actividad se especifica la dedicación en horas que implica para el alumno.



POLITÉCNICA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
FACULTAD DE INFORMÁTICA
Campus de Montegancedo
Boadilla del Monte. 28660 Madrid